

## OPERÁCIE S MATICAMI

### Rovnosť matíc:

Dve matice sa rovnajú, ak sa rovnajú ich prvky na rovnakých miestach  $A = B \Leftrightarrow a_{ik} = b_{ik}$

### Vlastnosti:

Rovnosť matíc sa nezmení, ak

- a) k obojmaticiam pripočítame tú istú maticu  $A + C = B + C$
- b) ak vynásobíme obe matice nenulovým číslom  $k \cdot A = k \cdot B$ ,  $k \neq 0$
- c) ak vynásobíme obe matice tou istou maticou sprava  $A \cdot D = B \cdot D$  alebo zľava  $D \cdot A = D \cdot B$

### Súčet matíc:

$A + B = C$ , kde  $c_{ik} = a_{ik} + b_{ik}$ , sčítame zodpovedajúce si prvky matíc

Sčítať možno len matice rovnakého typu. Napr.:  $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 0 & 5 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 2 \\ 1 & 7 & 5 \end{pmatrix}$

### Vlastnosti:

- a) komutatívnosť  $A + B = B + A$
- b) asociatívnosť  $A + (B + C) = (A + B) + C$
- c) distributívnosť  $(c + d) \cdot A = c \cdot A + d \cdot A$   
 $c \cdot (A + B) = c \cdot A + c \cdot B$
- d) neutrálnosť nuly – súčet matice a nulovej matice sa rovná matici  $A + O = O + A = A$
- e) opačná matica k matici  $A$  sa označuje  $-A$  a platí  $A + (-A) = O$  – existencia opačnej matice umožňuje operáciu odčítania dvoch matíc  $A + (-B) = A - B$   
Napr.:  $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 2 & -5 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 8 & 1 \\ -5 & 6 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 2 & -5 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & -8 & -1 \\ 5 & -6 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 0 \\ 7 & -11 & -2 \end{pmatrix}$

### Súčin matice a čísla:

$k \cdot A = C$ , kde  $c_{ik} = k \cdot a_{ik}$ , každý prvok matice  $A$  vynásobíme číslom  $k$

Napr.:  $3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 12 \\ 9 & 15 \end{pmatrix}$

### Vlastnosti:

- a)  $1 \cdot A = A$
- b) Ak  $c, d \in R \Rightarrow c \cdot (d \cdot A) = (c \cdot d) \cdot A$

### Súčin matíc:

Nech  $A$  je maticu typu  $(m, p)$ ,  $B$  je matica typu  $(p, n)$ . Súčinom  $AB$  nazývame maticu  $C$  typu  $(m, n)$ , pre ktorej prvky platí  $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{ip}b_{pj}$ .

Prvok  $c_{ij}$  dostaneme ako skalárny súčin  $i$ -teho riadku matice  $A$  a  $j$ -teho stĺpca matice  $B$ .

Násobenie matíc je definované len v tom prípade, že prvá matica má rovnaký počet stĺpcov ako druhá matica riadkov.

Napr.:

$$C = AB = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & 3 & 5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 3 & -1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 1 \cdot (-2) & 2 \cdot 0 + 3 \cdot 3 + 1 \cdot 1 & 2 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) + 1 \cdot 3 \\ 4 \cdot 1 + 3 \cdot 3 + 5 \cdot (-2) & 4 \cdot 0 + 3 \cdot 3 + 5 \cdot 1 & 4 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) + 5 \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 10 & 4 \\ 3 & 14 & 20 \end{pmatrix}$$

Napr.:

$$C = AB = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 8 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cdot 3 + 4 \cdot 2 & 2 \cdot 4 + 4 \cdot 1 & 2 \cdot (-1) + 4 \cdot 6 \\ 1 \cdot 3 + 8 \cdot 2 & 1 \cdot 4 + 8 \cdot 1 & 1 \cdot (-1) + 8 \cdot 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 14 & 12 & 22 \\ 19 & 12 & 47 \end{pmatrix}$$

### Vlastnosti:

- a) vo všeobecnosti neplatí komutatívnosť  $A \cdot B \neq B \cdot A$  (ak platí komutatívnosť, hovoríme, že matice komutujú)

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \nu & 0 \end{pmatrix}$$